

Ein rekursives Modell der Raumzeit

Ingo Franz <ingofranz@gmx.net>

Zusammenfassung: Der Artikel behandelt die Geometrie eines Modells der Raumzeit, in welchem keine intrinsischen, bzw. Punktsingularitäten auftreten und in dem eine eindeutige umkehrbare Abbildung zwischen dem statischen Schwarzen Loch und einem zunächst gleichmäßig expandierenden Universum existiert. Dabei liegt der Fokus erst auf der Initialisierung der Transformation, anschließend wird gezeigt wie die Metriken ineinander überführt werden.

Veröffentlicht: Okt 2024

Version: 2

Schlüsselwörter: Lorentz-Transformation, Linienelement, Schwarzschild-Metrik, schwarzes Loch, rekursives Modell der Raumzeit, Universum

Peer review: editorial review



THINK LOUD

moringa.pub/ojs/index.php/think

ISSN 2567-3432



Soweit nicht anders angegeben, ist dieses Werk ist lizenziert unter der Creative Commons Attribution ShareAlike 4.0

International License:

creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/

Besonderen Dank an Manfred Ellerich.

Voraussetzungen sind gute Kenntnisse der Lorentz-Transformation sowie ein prinzipielles Verständnis des Linienelementes und der Schwarzschild-Metrik.

Satz - 1: Spiegelung am Einheitskreis

Es existieren bijektive Abbildungen der reellen Zahlen zwischen 1 und ∞ in das einseitig offene Intervall der reellen Zahlen zwischen 1 und 0, z.B. $f(r) = \frac{1}{r}$ oder $f(r) = \frac{1}{r^2}$.

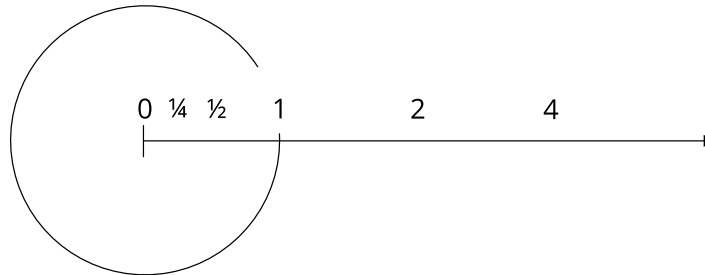


Abbildung 1:

Dies ermöglicht die prinzipielle Vorstellung, dass ein unendliches Universum in einem begrenzten Schwarzen Loch Platz finden könnte.

Satz - 2: Relativität von Streckung und Stauchung geometrischer Objekte

Bei der Änderung des Größenunterschiedes zweier geometrischer Objekte ist grundsätzlich nicht unterscheidbar, welches der Objekte seine Größe geändert hat (siehe T. Fließbach Allgemeine Relativitätstheorie, 6. Auflage, Gleichungen 47.20 - Gravitationskollaps und 50.01 - Kosmologisches Prinzip).

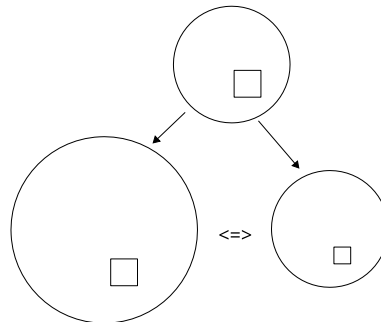


Abbildung 2:

Dies ermöglicht die prinzipielle Vorstellung, dass ein von innen expandierendes Universum in einem von außen konstant großen Schwarzen Loch stattfindet.

Vorwort

Die Vorstellung von der Gleichsetzung von Anfang und Ende der Zeit ist verbreitet. Dies legt nahe, den Anfang und das Ende der Raumzeit ebenfalls gleichzusetzen. Und tatsächlich lässt sich neben der scheinbar zufälligen Übereinstimmung von Schwarzschild- und Hubble-Radius des Universums leicht eine Transformation angeben, welche die Raumzeit, die in der intrinsischen Singularität eines Schwarzen Lochs verschwindet, mit der Raumzeit eines Universums verbindet, welches aus eben dieser entstanden ist. Jedoch enthält die gemeinsame Schnittmenge von Definitions- und Wertebereich dieser Transformation nur ein einziges Null-Dimensionales Element, wodurch Abstandsmessungen zwischen verschiedenen Elementen innerhalb dieser Menge nicht möglich sind. Dadurch werden Abstandsdefinitionen zwischen Definitions- und Wertebereich der Transformation beliebig. Dies bedeutet, dass die Vorstellung, dass die Raumzeit in der Singularität eines Schwarzen Lochs verschwindet und gleichermaßen die Raumzeit des Universums aus eben dieser Singularität entstanden ist, möglich ist, jedoch muss es sich dabei keines Wegs um die gleiche Raumzeit handeln. Darüber hinaus ist dieses gemeinsame Element im Sinne eines Raumzeitereignisses physikalisch aufgrund der unendlichen Dichte nicht verstanden.

Anders verhält es sich, wenn es gelingt, die Schnittmenge zwischen Definitions- und Wertebereich der Transformation in einer Raumzeit zu definieren, innerhalb derer sich Abstände messen lassen. Dadurch verliert die Abbildung des Definitions-Bereiches auf den Wertebereich ihre Beliebbarkeit und die Vorstellung, dass es sich bei Definitions- und Wertebereich um die gleiche Raumzeit handelt wird plausibel, und aufgrund der endlichen Dichte beim Übergang physikalisch verstehbar.

Vorgehensweise

Zunächst wird die Hyperfläche einer Lichtkugel betrachtet, die aus der Menge der zeitartigen Geodäten besteht, welche durch den Ursprung des Lichtes verlaufen.

Anschließend wird eine zum Minkowski-Raum äquivalente Abstandfunktion zwischen den Raumzeitereignissen auf diesen Geodäten und dem Ursprung des Lichtes definiert.

Dann wird diese Abstandsdefinition auf ein fiktives Universum angewandt und dessen Initialzustand mit endlicher Dichte bzw. einer Ausdehnung größer Null angenommen.

Dabei ist zu beachten, dass dieses fiktive Universum sich im ersten Schritt der Betrachtung noch mit c im Minkowski-Raum ausbreitet.

Später wird aber die aus der Abstandsdefinition abgeleitete Metrik auf die Expansion des Raumes angewandt und der entsprechende Skalenfaktor bestimmt.

Im nächsten Schritt wird jedoch zunächst die zur Hyperfläche des fiktiven Universums analoge Hyperfläche eines Schwarzen Lochs im Entstehungsmoment betrachtet und die Zeitspanne bis zum Erreichen der Singularität als diejenige definiert, die das fiktive Universum gebraucht hätte, um den Initialzustand zu erreichen.

Nun werden alle Raumzeitereignisse der beiden Hyperflächen einander vollständig, bidirektional und mit beim Übergang stetiger Dichte zugeordnet.

Schließlich wird die Metrik der Hyperfläche formal hergeleitet und eine (zunächst spezielle, später allgemeine) Transformation vom Äußeren des Schwarzen Lochs in das im Inneren befindliche Universum angegeben.

Zuletzt wird der sich daraus ergebene Skalenfaktor bestimmt und der lokale Hubble-Parameter berechnet.

Anmerkung: Die Diskussion hat gezeigt, dass die Vorgehensweise einige prinzipielle Schwierigkeiten in sich birgt, deren Auflösung im 4-dimensionalen nicht sofort ersichtlich erscheint. Zum Einen ergibt sich bei der globalen Abbildung der gekrümmten Raumzeit der äußeren Umgebung eines Schwarzen Lochs auf ein im inneren darin befindliches Universum, welches zunächst als sich durch den flachen Minkowskiraum ausbreitend angenommen wird, dann aber später wenn der Minkowskiraum durch eine expandierende Raumzeit ersetzt wird ebenfalls als flach angenommen werden könnte, die geometrische Unmöglichkeit der vollständigen Abbildung einer in sich gekrümmten auf eine flache Topologie. Beispielsweise ist es unmöglich die Weltkarte der Erde bis zum Nordpol (bzw. Südpol) auf ein euklidisches Koordinatensystem abzubilden. Zum Anderen ist es nicht sofort klar ersichtlich worin der Unterschied in Bezug auf die Messwerte zwischen einer Transformation durch eine Singularität besteht, welche im Model vorhanden ist, und einer solchen, welche nicht Bestandteil des Models ist. Zuletzt mag die Frage gestellt werden in wieweit das Modell Vorteile bringt, wenn doch ein am Ereignis-

horizont offenes Intervall ebenfalls in Bezug auf die Koordinaten singulär wird. Dahingehend sei jedoch angemerkt, dass aufgrund der Tatsache, dass sich dort im Modell keine Masse befinden kann (weil die Dichte zum Rand gegen Null geht und weil sich Masse dort mit Lichtgeschwindigkeit bewegen müsste), diese Singularität als rein mathematisch betrachtet werden kann, da zwar die Koordinaten aus Sicht von Bezugssystemen singulär werden, dort jedoch keine Materie befindlich ist, womit dem keine physikalische Bedeutung zukommt. Um leicht verständlich aufzuzeigen auf welche Weise das Modell mit der Topologie umgeht, bzw. die Sinnhaftigkeit der Transformation erklärt, sei in Anhang 3 zunächst ein zweidimensionales Beispiel angeführt.

Die 4-dimensionale Hyperkugel

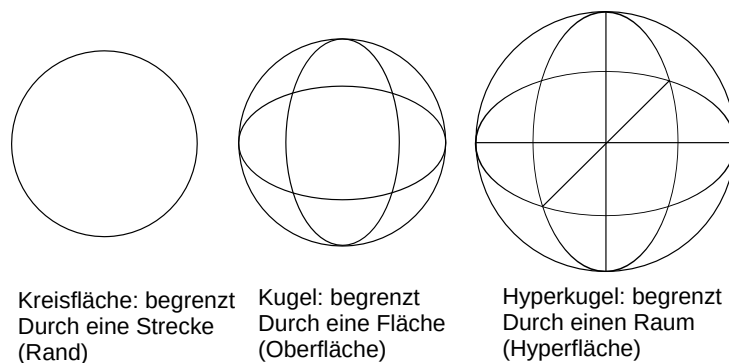


Abbildung 3:

Dabei werden jedem Punkt einer $n-1$ dimensionalen Grundmenge über die Kreisfunktion, angewandt auf den Abstand zum Mittelpunkt, zwei weitere Werte über den sinus bzw. minus sinus in der n -ten Dimension zugeordnet.

Eigenschaften:

- A) Alle Punkte des Randes oder der Oberfläche bzw. der Hyperfläche haben den gleichen Abstand zum Mittelpunkt.
- B) Es gibt nur einen Mittelpunkt, welcher nicht Teil des Randes, der Oberfläche bzw. der Hyperfläche ist.
- C) Bei Bewegung ohne Richtungswechsel (Winkeltreue) kommt man wieder zum Ausgangspunkt.

Die Lichtkugel im Raum und deren Hyperfläche in der Raumzeit

Wenn sich die kräftefrei gegeneinander bewegten Beobachter x und v zur selben Zeit am selben Ort befinden, an dem zur selben Zeit eine Lichtkugel entsteht, so breitet sich das Licht in alle Richtungen von beiden Beobachtern mit c aus. Das bedeutet, beide empfinden sich selbst als im Mittelpunkt der Lichtkugel im dreidimensionalen Raum.



Abbildung 4:

Dass eine Kugel aber nur einen Mittelpunkt haben kann, bedeutet, beide Beobachter befinden sich (mit einer entsprechenden Abstandsfunktion zum Mittelpunkt, bei der beispielsweise für die Photonen keine Zeit vergeht) auf der Oberfläche einer Lichtkugel in der vierdimensionalen Raumzeit.

Dabei begrenzt die Photonenschale eine 3 dimensionale Kugel im Raum und schneidet die Hyperfläche einer 4 dimensionalen Halbkugel in der Raumzeit.

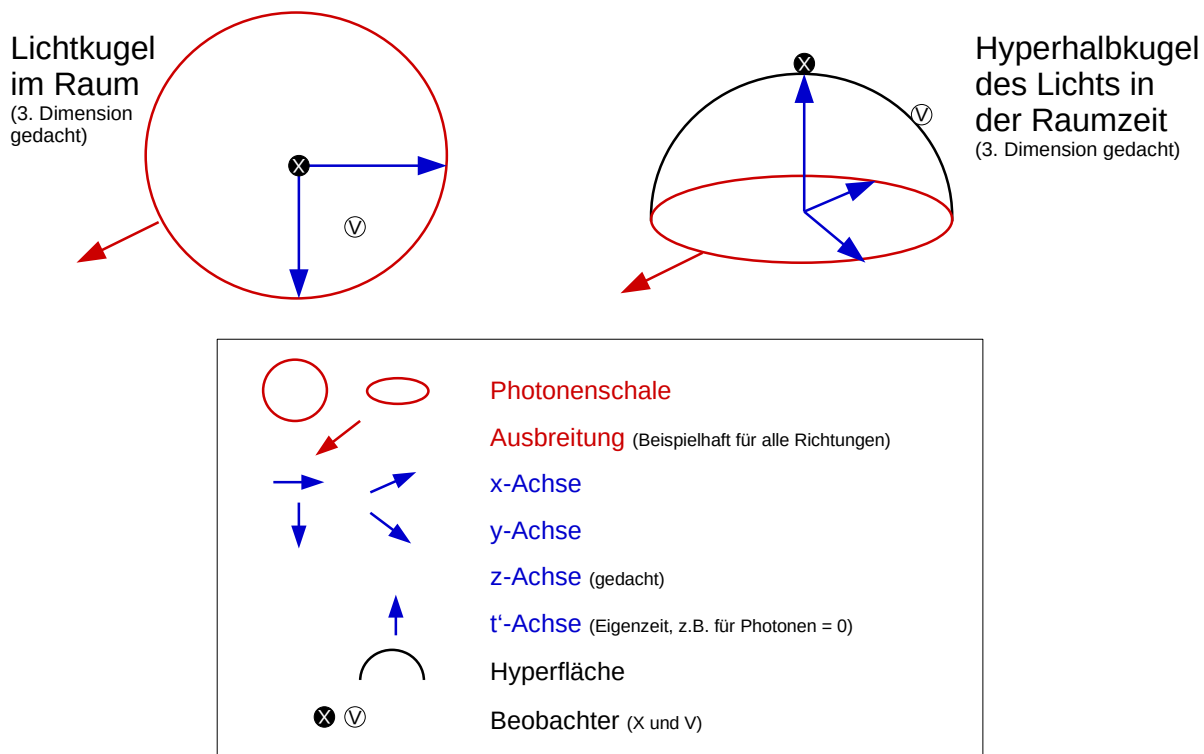


Abbildung 5:

Die Eigenschaften A) und B) gelten dabei für die Lichtkugel in der Raumzeit nach der Lorentz-Transformation, C) würde gelten, wenn das Licht sich auch in die Vergangenheit ausbreiten würde und wenn man mit Überlichtgeschwindigkeit den Lichtkreis durchbräche und dann dort im selben Raum (der selben Hyperfläche) in eine kontrahierende Lichtkugel eintreten würde (eine Kugel, die in die Vergangenheit expandiert kontrahiert von dort in die Zukunft).

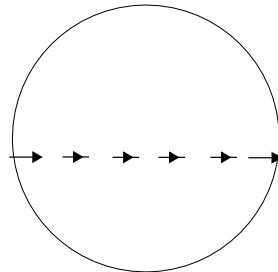


Abbildung 6:

Hypothese:

Wenn man die Formel der Zeitdilatation eines bewegten Objektes aus Sicht eines ruhenden Beobachters für die Ausdehnung des Universums voraussetzt:

$$t' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} t$$

Lässt sich die Hypothese aufstellen: Das Universum sei eine Hyperkugel, die sich mit c (Lichtgeschwindigkeit) ausbreitet (so wie eine Lichtkugel).

Zur Darstellung wird dabei eine zur Abstandfunktion im Minkowski-Raum bijektive Abstandsfunktion:

$$D = \sqrt{r^2 + t'^2}$$

genutzt.

Die Eigenzeiten kräftefreier Teilchen ● welche sich vom Ursprung nach r bewegt haben zum Zeitpunkt $t = 1$ im beobachtenden System

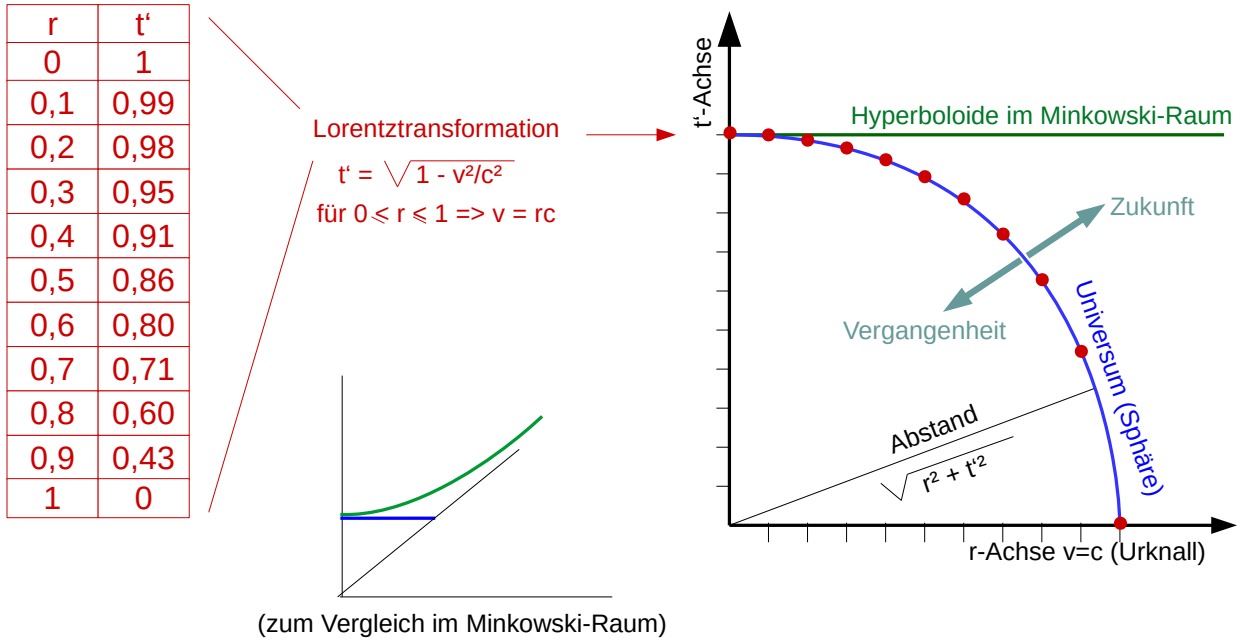


Abbildung 7:

Das daraus entstehende Modell würde die prinzipiell beobachteten Eigenschaften des Urknallmodells aufweisen: Alle Galaxien bewegen sich, je weiter entfernt, desto schneller von uns fort (wobei das zunächst lineare Verhältnis von Entfernung zu Geschwindigkeit im weiteren der Vereinfachung des Modells dienen soll) und der Urknall war überall.

Um das Problem der Singularität bei diesem Modell zu vermeiden kann angenommen werden, dass das Universum nicht aus einer Singularität, sondern aus einem Zustand maximaler Dichte entstanden ist (D_{max}). Das würde bedeuten, dass das Universum, als es entstand, bereits eine endliche Ausdehnung hatte.

Da alle Punkte der Hyperfläche als im Zentrum der Sphäre befindlich angesehen werden können (siehe Lichtkugel), kann in diesem Fall von einem beliebigen Punkt aus jedem entfernten

Punkt im Universum eine Anfangsgeschwindigkeit v zugeordnet werden, welche sich entlang des Radius der Hyperfläche, also entlang der Strecke des beliebigen Punktes zum Rand, linear zwischen 0 und c bewegt.

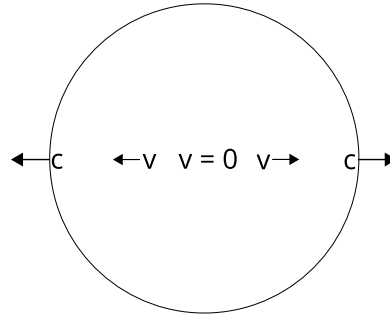


Abbildung 8: Universum entsteht bei D_{\max}

Analog dazu ist ein Schwarzes Loch, zu dem Zeitpunkt an dem es entsteht, ebenfalls als Hyperkugel vorstellbar, welche allerdings mit c kontrahiert und in der sich jeder entfernte Punkt mit einer Geschwindigkeit v linear zwischen 0 und c entlang des Radius auf den beliebigen Punkt zu bewegt (Auch hier dient die Linearität der Vereinfachung).

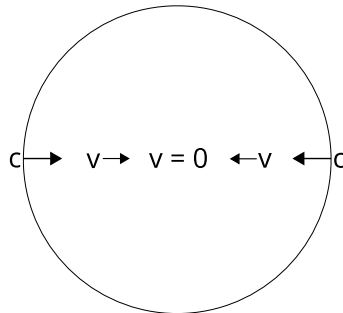


Abbildung 9: Schwarzes Loch entsteht bei D_{\max}

Nun kann man annehmen, dass dieser Zustand des Schwarzen Lochs ebenfalls die maximale Dichte des Schwarzen Lochs darstellt und es sich nicht weiter komprimieren lässt.

In dem Moment, in dem das Schwarze Loch entsteht, fangen die Abstände im Inneren an zu wachsen, so dass es sich von innen gesehen mit c ausdehnt, während es von außen gesehen gleich groß bleibt (Satz - 2).

Das bedeutet, man kann den Zustand maximaler Dichte über die Lorentz- Transformationen der unterschiedlichen Geschwindigkeiten zwischen 0 und c initialisieren. Dabei kehren die Geschwindigkeiten ihre Richtung um, in dem Moment, in dem D_{\max} entsteht.

Dabei tritt das Problem auf, dass sich die jeweiligen vom Betrag her gleichen Geschwindigkeiten nicht ohne weiteres durch die Lorentz-Transformationen abbilden lassen. Zum einen (Problem - 1) würde es für einen hypothetischen Beobachter B2 im Inertialsystem des Beobachters B1, der sich (ohne Einschränkung der Allgemeinheit) als im Mittelpunkt des Intervalls maximaler Dichte befindlich ansieht so aussehen, als würde die Zeit während des Übergangs vom Schwarzen Loch zum Universum rückwärts laufen (nach der Lorentz-Transformation gilt: alle Uhren im bewegten Inertialsystem sind entgegen der Bewegungsrichtung vorgestellt und mit der Bewegungsrichtung zurückgestellt - Relativität der Gleichzeitigkeit).

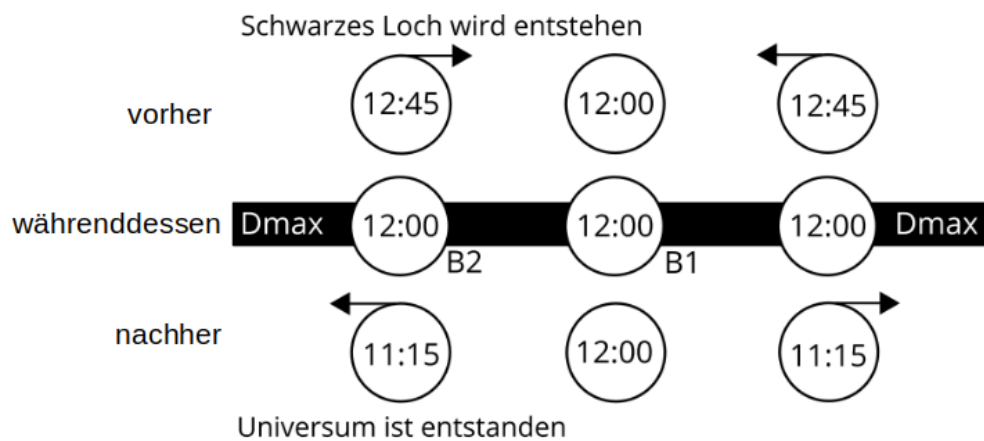


Abbildung 10:

Zum Anderen (Problem - 2) würden sich die bewegten Inertialsysteme an der Stelle von B2 in einem Zustand größerer Dichte als D_{max} befinden.

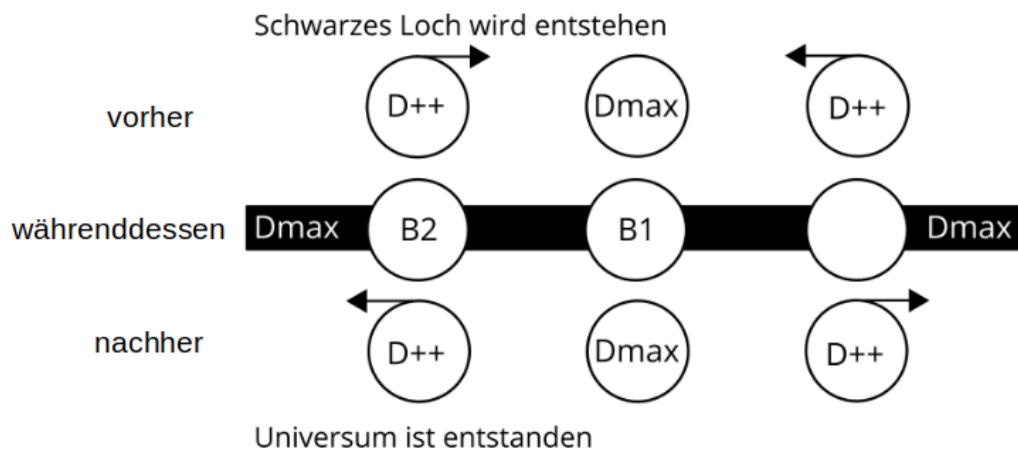


Abbildung 11:

Problem - 1

Da es sich bei den zu betrachtenden Zeitpunkten lediglich um die Koordinatenzeiten der jeweiligen lokalen Inertialsysteme handelt (siehe Anhang 4), welche beim Entstehen des

Schwarzen Lochs über die innere Lösung der Schwarzschild-Metrik, bzw. aus der Metrik eines kollabierenden Sterns, aus den in Bezug auf ihre Bewegung im Gravitationsfeld kräftefreien Systemen hervorgehen, die Raumzeitereignisse also bis zu diesem Zeitpunkt eindeutig sind, ist es ausreichend, sich beim Übergang den jeweiligen physikalischen Zustand an dieser Stelle anzusehen, welcher aufgrund der Symmetrie der Lorentz-Transformation identisch ist (Die Uhren sind gegen die Bewegungsrichtung um den gleichen Wert vorgestellt um den sie mit der Bewegungsrichtung zurückgestellt sind, bzw. beide Dichten sind gleich groß, die eine schon, die andere noch). Das bedeutet, dass es bei der Betrachtung dieser Stelle nicht zu einer rückläufigen Zeit kommt, sondern lediglich zu einer sich ändernden, aber stetig verlaufenden Sichtweise (man könnte sagen, erst ist das Glas halb voll, dann ist es halb leer, aber in jedem Fall befindet sich die Hälfte des Inhalts im Glas).

Problem - 2

Da es sich bei dem Beobachter B2 lediglich um einen hypothetischen Beobachter handelt (im Inertialsystem von Beobachter B1 befindet sich an der Stelle von B2 keine Materie), muss sich Beobachter B1 an die Stelle von B2 begeben, um zu beurteilen welche Dichte dort herrscht.

Wenn man nun den Übergang vom entstehenden Schwarzen Loch zum Schwarzen Loch betrachtet, stellt man fest, dass die Dichte an der Stelle, an der sich B1 befindet, zunächst noch kleiner als D_{\max} (D_-) und an der Stelle des hypothetischen Beobachters B2 schon größer als D_{\max} (D_{++}) ist. Das bedeutet bei stetiger Dichte, dass es dazwischen einen Punkt mit D_{\max} geben muss.

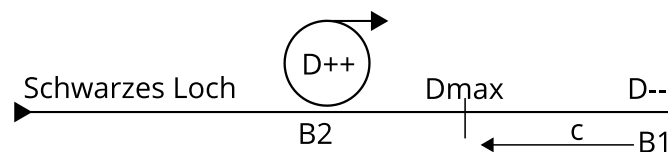


Abbildung 12:

B1 kann sich maximal mit c bewegen und muss D_{\max} passieren um B2 zu erreichen. Ab dem Moment, in dem er D_{\max} erreicht, ändern sich die Richtungen der Geschwindigkeiten und die Materie an der Stelle von B2 entfernt sich von B1.

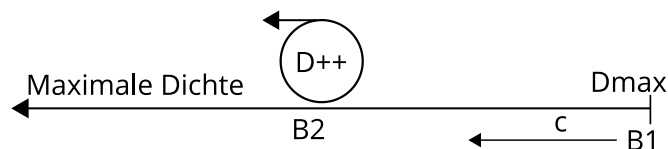


Abbildung 13:

Nach der Lorentz-Transformation ist es nicht möglich die sich entfernende Materie zu erreichen bevor sich ihre Dichte in einem Zustand kleiner D_{\max} befindet.

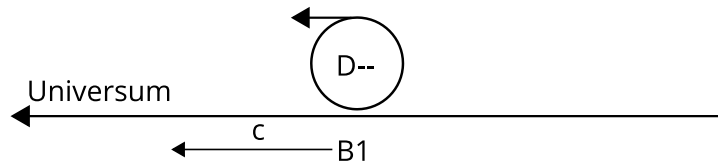


Abbildung 14:

Die sich entfernende und aufgrund der Relativität der Gleichzeitigkeit zurückgestellte Uhr wird beim Eintreffen von B1 niemals einen früheren Zeitpunkt anzeigen können als den, der in ihrem Inertialsystem an der Stelle stattfand an der B1 bei D_{\max} gestartet ist (obwohl die Uhren gemäß der Lorentz-Transformation untereinander verstellt sind, läuft die Zeit für keinen Beobachter je rückwärts).

Anmerkung zum Mittelpunkt eines Schwarzen Lochs von außen betrachtet:

Bei Betrachtung der Oberfläche einer Kugel auf einem Foto hat der 2-dimensionale Kreis einen Mittelpunkt, die 2-dimensionale Oberfläche der 3-dimensionalen Kugel aber nicht, d.h. der Mittelpunkt existiert nur in der Projektion (siehe Anhang 2).

Analog dazu kann ein Schwarzes Loch, eingebettet in einen Raum, folgendermaßen betrachtet werden: Die 3-dimensionale Kugel hat einen Mittelpunkt, der 3-dimensionale Raum (Hyperfläche) der 4-dimensionalen Hyperkugel jedoch nicht, d.h. der Mittelpunkt existiert ebenfalls nur in der Projektion (siehe Anhang 2).

Untersuchung der Hypothese

Bei der Untersuchung der Hypothese, das Universum sei eine Hyperkugel in Bezug auf Definition C, lässt sich folgendes feststellen:

Es gibt eine vom Betrag her konstante Beschleunigung a , mit der man vom Inertialsystem des Beobachters B1 aus den Ort, welcher sich mit c entfernt, also einen Ereignishorizont (EH) erreicht und mit der man anschließend wieder im Ausgangs-Inertialsystem an der gleichen Stelle ankommt. Zwar wird beim Ausführen dieser Beschleunigung am Ereignishorizont c überschritten, dennoch lässt sich diese Beschleunigungsfunktion mathematisch definieren.

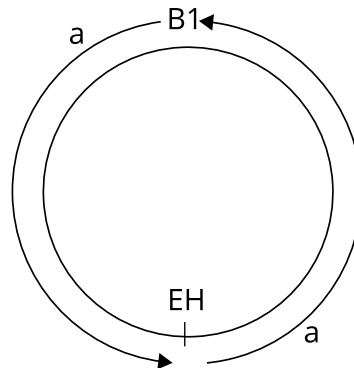


Abbildung 15:

Beim Ausführen dieser Funktion würde man allerdings an zwei Punkten dies- und jenseits des Ereignishorizontes feststellen, dass in beiden Fällen physikalisch mit unendlicher Beschleunigung in entgegengesetzter Richtung auf den Ereignishorizont zu beschleunigt werden müsste, um ihn zu erreichen.

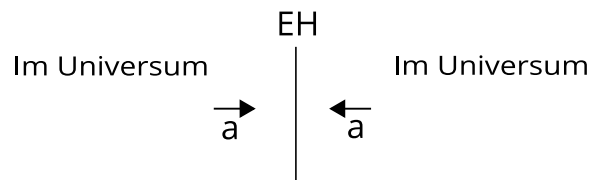


Abbildung 16:

Dies widerspräche der Vorstellung, dass das Universum von der anderen Seite des Ereignishorizontes als Schwarzes Loch betrachtet wird, denn in diesem Fall müsste man auf der anderen Seite des Ereignishorizontes physikalisch mit unendlicher Beschleunigung in die gleiche Richtung vom Ereignishorizont weg beschleunigen, um ihn nicht zu erreichen.

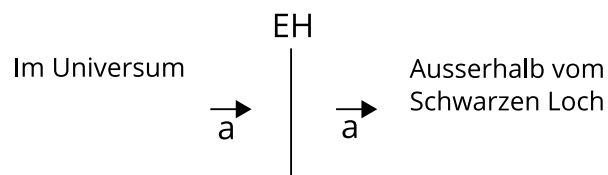


Abbildung 17:

Dies entspricht in der Darstellung in diesem Modell einer Änderung der Krümmungsrichtung am Ereignishorizont, woraus folgt, dass in diesem Modell das Universum eine Hyperhalbkugel ist, welche durch den Ereignishorizont geschnitten wird und auf deren anderer Hälfte sich ein Hypertrichter befindet.

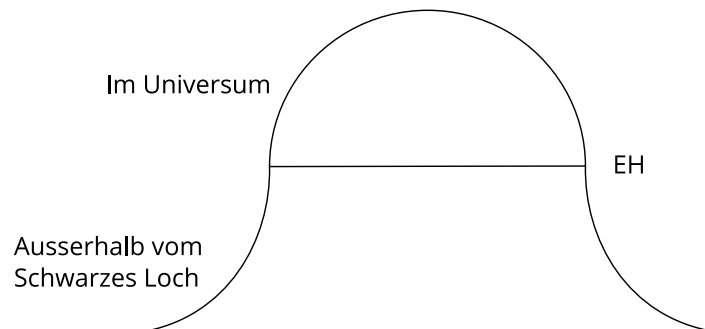


Abbildung 18:

Mathematische Herleitung

Ein mit c expandierendes Universum lässt sich, aus Sicht eines beliebigen, sich als im Zentrum befindlich ansehenden Beobachters, schematisch zum Zeitpunkt T , an dem es mit endlicher bzw. maximaler Dichte entsteht, folgendermaßen darstellen (dabei wird das unendliche Intervall aller Raumzeitereignisse maximaler Dichte, also das entsprechende Hyperboloid im Minkowskiraum, auf das endliche Intervall zwischen 0 und r_s abgebildet. Bei c ist das Intervall offen, siehe Problem - 2 bzw. Anhang 1):

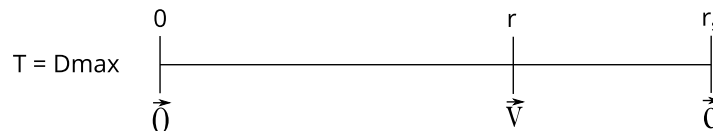


Abbildung 19:

Wobei r_s den Abstand zum Ereignishorizont bezeichnet. Dabei bewegen sich die Expansionsgeschwindigkeiten v linear zwischen 0 und c (wobei die Linearität der Vereinfachung des Modells dient) und es gilt für alle Punkte r zwischen 0 und r_s :

$$v = \frac{rc}{r_s}$$

Wenn man die Formel für den Zeigerstand Z einer relativistisch beschleunigten Uhr

$$Z = \int_0^T \sqrt{1 - \frac{v(t)^2}{c^2}} dt$$

bzw. die Formel für den Kilometerstand K eines relativistisch beschleunigenden Laufbandes

$$K = \int_0^S \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v(s)^2}{c^2}}} ds$$

für den Weg durch die unterschiedlichen Expansionsgeschwindigkeiten der Raumzeit vom Ursprung zu einem Ort (t,s) zugrunde legt, ergibt sich mit $v(t, s) = v(t) = v(s) = v(r) = v$ die Metrik der Hyperfläche einer mit c expandierenden Hyperkugel zu

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right) dt^2 - \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2} dr^2$$

Durch Ersetzung mit $v = \frac{rc}{r_s}$ ergibt sich zum Zeitpunkt $T = Dmax$:

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_s^2} \right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{r^2}{r_s^2}} dr^2$$

Nun lässt sich jeder Punkt r , diesseits von r_s einem Punkt R , jenseits von r_s zuordnen.



Abbildung 20:

Nach Satz - 1 ergibt sich, insbesondere bei Skalierung für $r_s = 1$, und allgemein mit

$$r = \sqrt{\frac{r_s^3}{R}}$$

die äußere Lösung der Schwarzschild-Metrik zu:

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{r_s}{R} \right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_s}{R}} dr^2$$

Für Zeitpunkte t größer $T = Dmax$ gilt, bei Betrachtung von innen also diesseits von r_s aufgrund der Expansion

$$r = r(t) = r(0) + vt \quad \text{und} \quad r_s = r_s(t) = r_s(0) + ct$$

wobei r_s von außen betrachtet also jenseits von r_s konstant bleibt (Satz - 2).

Daraus ergibt sich für

$$R = \frac{r_s r_s(t)^2}{r(t)^2}$$

wiederum die Metrik der Hyperfläche einer mit c expandierenden Hyperkugel zu

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{r(t)^2}{r_s(t)^2} \right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{r(t)^2}{r_s(t)^2}} dr^2$$

Anmerkung:

Da alle angeführten Metriken kugelsymmetrisch sind, können ohne Einschränkung der Allgemeinheit die Winkel der Polarkoordinaten auf 0 gesetzt werden.

Ausblick:

Es ist zu untersuchen, inwieweit sich der Faktor $\frac{1}{2}$ unter dem Quadrat des zeitlichen Summanden der inneren Schwarzschild-Lösung:

$$ds^2 = c^2 \left(\frac{3}{2} \sqrt{1 - \frac{r_s}{R}} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{r_s r^2}{R^3}} \right)^2 dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_s r^2}{R^3}} dr^2$$

wenn man sie gegen den Ereignishorizont konvergieren lässt, auf das Modell auswirkt.

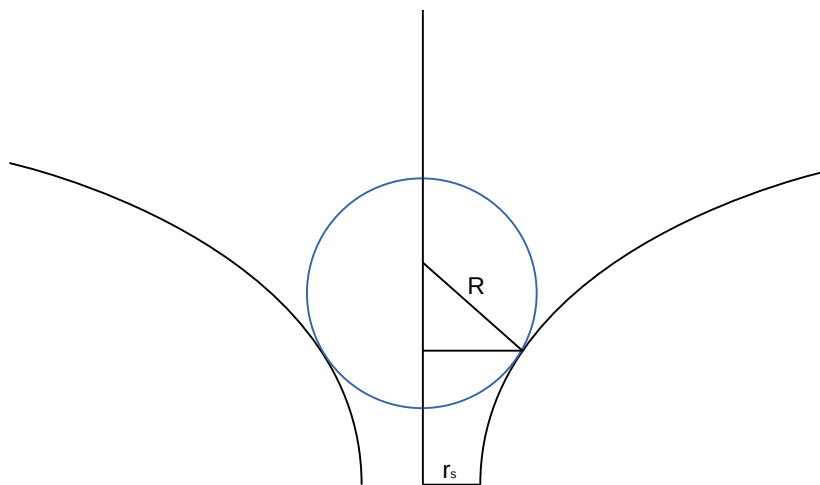


Abbildung 21:

Der Skalenfaktor

Zwar weicht das Verhältnis von Leuchtkraftentfernung zu Rotverschiebung quantitativ zunächst ohne Berücksichtigung der Raumzeitexpansion signifikant von den im Standardmodell gemessenen Werten ab ($z=1$ ergibt eine Leuchtkraftentfernung von ca. 10 Milliarden Lichtjahren Lichtlaufzeit), jedoch ergibt sich qualitativ für große Entfernungen bereits ohne Expansion, d.h. wenn sich die kräftefreien Objekte durch den Raum voneinander entfernen, aufgrund der relativistischen Geschwindigkeitsaddition bei immer geringerer Zunahme der Rotverschiebung eine immer größere Leuchtkraftentfernung, was einer kosmologischen Konstanten ($\Lambda > 0$) im Standardmodell entspräche.

Da in großer Entfernung die Abstände entsprechend der Metrik gestaucht sind, ist der Skalenfaktor $a(t,r)$ nicht nur von der Zeit, sondern auch von der Expansionsgeschwindigkeit am betrachteten Ort abhängig.

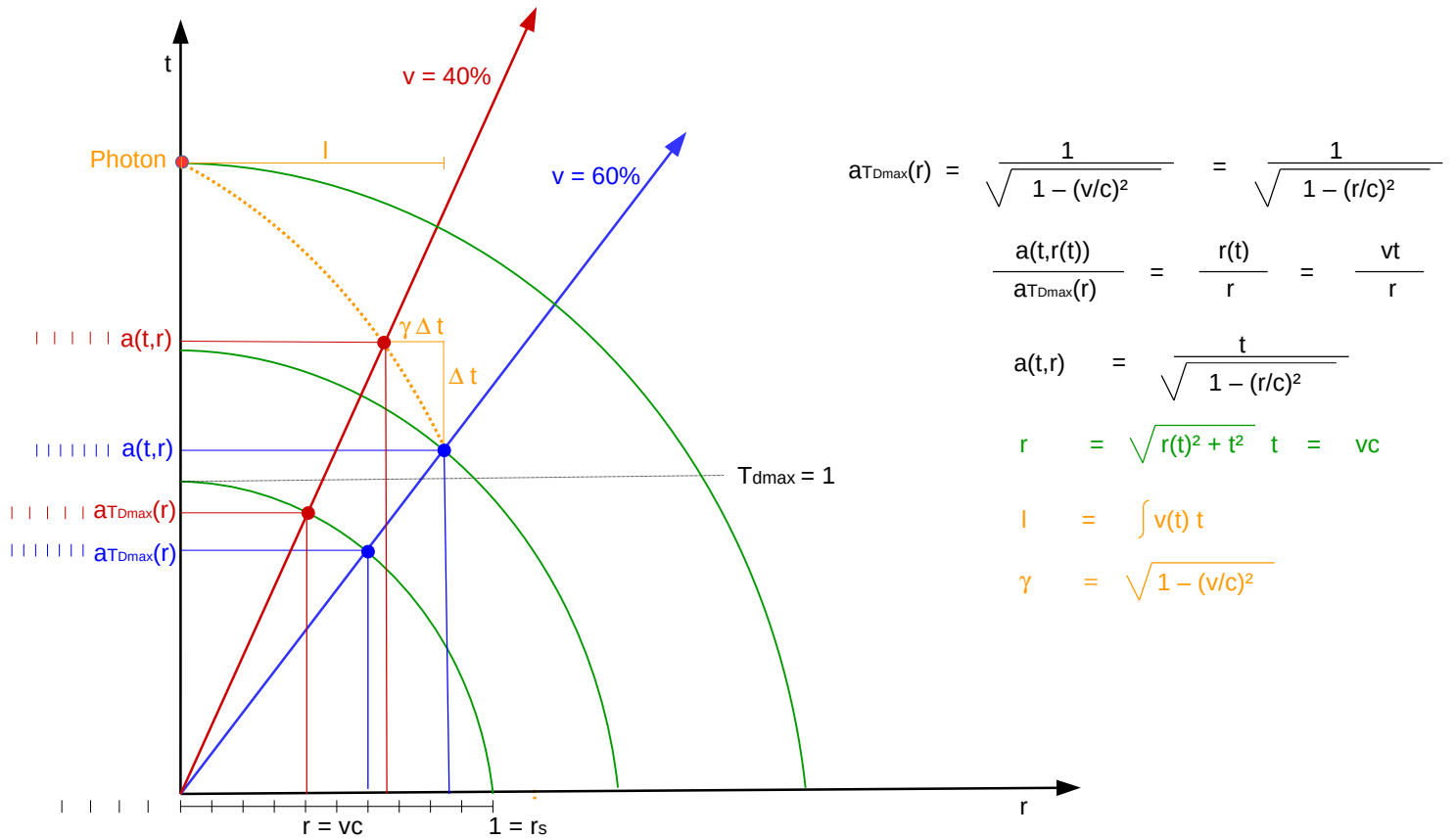


Abbildung 22:

Bestimmung des Hubble-Parameters

Für kleine Expansionsraten, wenn also v klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit ist, bzw. r klein gegenüber r_s ist, gilt im lokalen Universum $a(t, r) = a(t)$.

Für den Skalenfaktor $a(t)$ gilt, die Ausgangsstrecke r_0 multipliziert mit dem Skalenfaktor ist gleich der Strecke nach der Expansion r :

$$r = r_0 a(t)$$

Im rekursiven Modell der Raumzeit gilt, die Strecke nach der Expansion r ist gleich der Ausgangsstrecke r_0 plus der Geschwindigkeit v am Ort r_0 mal der Zeit der Expansion t :

$$r = r_0 + v(r_0) t$$

Da

$$v(r_0) = \frac{r_0 c}{r_s}$$

also

$$r = r_0 + \frac{r_0}{r_s} ct$$

ist

$$r_0 a(t) = r_0 + \frac{r_0}{r_s} ct$$

und somit:

$$a(t) = 1 + \frac{ct}{r_s}$$

Daraus ergibt sich für den Hubble-Parameter $H(t)$:

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{\frac{c}{r_s}}{1 + \frac{c}{r_s} t}$$

Verhältnis von Masse zu Radius im Verlauf der Zeit

Das rein relativistische Modell:

In diesem Model ist die Lichtgeschwindigkeit zwischen sich von einander entfernenden Objekten konstant. In diesem Fall ist die Metrik direkt aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit abgeleitet und der Abstand zwischen dem Ort, an dem ein Objekt Licht ausstrahlt, und dem Ort, an dem ein anderes Objekt das Licht empfängt, ändert sich nicht während das Licht unterwegs ist.

Angewandt auf unser Universum ergäbe sich dass die 3K Hintergrundstrahlung in einem Abstand von ca 13,3 Milliarden Lichtjahren ausgestrahlt wurde und es ist zu überprüfen, ob Masse und Energie des Plasmas bezogen auf eine entsprechende Kugelschale mit diesem Radius die 3K erklären könnten.

Expansionsmodell mit Massenzunahme:

In diesem Model ist die Lichtgeschwindigkeit zwischen sich von einander entfernenden Objekten nicht konstant, da sich der Raum selber zwischen ihnen ausdehnt. Die gleiche Geschwindigkeit c aller Objekte dem Ereignishorizont, bzw. dem Urknall gegenüber und somit die Darstellung des Universums als Hyperhalbkugel ist dennoch möglich, da sich die Expansion des Raumes im Gegensatz zum Licht nicht durch den expandierenden Raum ausbreiten

muss, sondern die Expansion des Raumes selber ist. In diesem Fall ist die Metrik lediglich aus der Annahme abgeleitet, dass das Universum eine 4-D Halbkugel sei. Dabei wäre zu überprüfen inwieweit beispielsweise vor ca 7 Milliarden Jahren die Masse im Universum etwa halb so groß wie heute gewesen sein könnte und inwieweit in diesem Modell davon ausgegangen werden kann, dass die Masse zwischen dem Zeitpunkt der Entstehung bis heute immer dem Schwarzschildradius $r_s(t)$ des Universums entsprach.

In diesem Modell muss die Massenzunahme allerdings nicht linear erfolgen, sondern könnte im frühen Universum sehr groß gewesen sein und heute nur noch sehr gering, so dass die Masse im beobachteten Universum uns aus heutiger Sicht relativ konstant erscheint.

Eine weitere Möglichkeit der Variation bietet das Modell durch die Tatsache, dass der Zeitpunkt, an dem das Schwarze Loch von außen entsteht, und der, an dem das Universum von innen entsteht, nicht identisch sein müssen, da das Schwarze Loch nach seiner Entstehung während der Kontraktion seine grundsätzliche Struktur als Hyperhalbkugel beibehält. Dies ermöglicht sowohl Raum und Zeit für eine Transformation des "virtuellen" Bereiches der Raumzeit mit größerer Dichte als D_{max} (siehe Problem - 1 und Problem - 2), als auch das Verlegen der Massenzunahme in diesen Bereich. Des Weiteren ließe sich die Entstehung des in dem Ausblick erwähnte Faktors $\frac{1}{2}$ dorthin verlegen.

Abgrenzung zur Inflation

Wenn man für die Zeit seit der Photonenentkopplung bzw. seit der Rekombination von ca. 13,7 Milliarden Jahren ausgeht und für die Rotverschiebung der Mikrowellenhintergrundstrahlung einen Wert von ungefähr $z=1000$ annimmt, hatte das beobachtbare Universum, welches dem Modell entspricht, gemessen in Lichtlaufzeit damals einen Radius von 13,7 Millionen Lichtjahren. Wenn man weiterhin eine Zeitspanne von etwa 400 tausend Jahren für die Zeit davor voraussetzt, kommt man zunächst auf einen Radius von 13,3 Millionen Lichtjahren. Da die im Urknallmodell aufgrund der Singularität bestehenden Probleme im vorliegenden Modell nicht auftreten, kann angenommen werden, dass das Universum sich zuvor bereits eine lange Zeit ausgedehnt hat.

Homogenität/Hintergrund

Da die weit voneinander entfernten Gebiete aus dem gleichen Initialzustand hervorgegangen sind, weisen sie heute eine ähnliche Struktur auf, ohne miteinander in Wechselwirkung getreten sein zu müssen.

Anisotropie

Die Anisotropie kann durch leichte Temperaturunterschiede im Initialzustand erklärt werden.

Flachheit

Zwar weißt die Oberfläche des Universums im Modell eine Krümmung auf, jedoch ist diese lediglich der Begrenzung geschuldet (der Raum selbst setzt sich im Modell nach dem Ereignishorizont als außerhalb des Schwarzen Lochs fort) und entspricht nicht einer Krümmung

der Topologie, welche im Modell aufgrund der Symmetrie diesseits des Ereignishorizonts flach ist, ähnlich wie ein Ball zwar ein rundes Objekt im Raum ist, der umgebende Raum jedoch durchaus flach sein kann.

Magnetische Monopole

Im Falle einer Massenzunahme im Modell war die Masse im Initialzustand nicht groß genug für die Entstehung magnetischer Monopole.

Anhang 1

Wenn ein Schwarzes Loch bei einem Schwarzschildradius r_s entsteht, würde es als mit c kontrahierende Hyperkugel die Zeit r_s/c benötigen um sich auf einen Radius von 0 zusammen zu ziehen.

Analog dazu bräuchte das Universum als eine mit c expandierende Hyperkugel die selbe Zeit um sich bis zum Radius r_s auszudehnen.

Da sich aber ein Schwarzes Loch zum Zeitpunkt maximaler Dichte nicht weiter zusammen zieht, sondern daraus das Universum bei maximaler Dichte entsteht, kann diese Zeit als T_{Dmax} zur Initialisierung genutzt werden und es gilt:

$$r_s = cT_{Dmax} \Leftrightarrow T_{Dmax} = \frac{r_s}{c}$$

Da es sich bei dieser Zeit T_{Dmax} außerdem um die der Geschwindigkeit v entsprechenden Eigenzeiten für sich entfernende Objekte handelt, gilt für die im Ursprung bei $s = 0$ vergangene Zeit T :

$$T_{Dmax} = T\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Leftrightarrow T = \frac{T_{Dmax}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

für die Entfernung s der Objekte zum Ursprung gilt dann:

$$s = vT = v \frac{T_{Dmax}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{v}{c} \frac{r_s}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Da sich die Geschwindigkeiten prozentual zur Lichtgeschwindigkeit zwischen 0 und r_s bewegen, gilt außerdem:

$$v = \frac{rc}{r_s}$$

Und somit:

$$s = \frac{r}{r_s} \frac{r_s}{\sqrt{1 - \frac{(rc/r_s)^2}{c^2}}} = \frac{r}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_s}\right)^2}}$$

Beziehungsweise:

$$r = \frac{s}{\sqrt{1 + \left(\frac{s}{r_s}\right)^2}}$$

Anhang 2

In Abbildung 4 wird deutlich das der Mittelpunkt der Photonensphäre im Raum abhängig vom Inertialsystem des Beobachters ist. Dies gilt für alle Beobachter sowohl innerhalb der Photonensphäre als auch außerhalb.

Will man nun in Abbildung 20 den Punkt r in den Mittelpunkt verschieben, d.h. die Sicht des zuvor in Punkt r befindlichen Beobachter einnehmen, welcher sich dann als im Mittelpunkt befindlich ansieht, muss die Expansionsgeschwindigkeit v an der Stelle r , welche genau der Fluchtgeschwindigkeit v an der Stelle R entspricht, kompensiert werden.

Für die allgemeine Zuordnung gilt daher: $r \rightarrow R$ (mit v) .

Bzw.: R (mit v) $\rightarrow r$.

Dies Bedeutet, dass bei der Zuordnung der Metriken an der Stelle R nicht mehr die äußere Schwarzschild-Metrik zu betrachten ist, sondern diejenige des kräftefreien Beobachters, welcher sich mit der Fluchtgeschwindigkeit an der Stelle R gegenüber dem Massezentrum bewegt.

In diesem Sinne ist die Transformation von R (mit v) nach r , entsprechend des Informationsverlustes am Ereignishorizont unidirektional. D.h. von außen kann entsprechend des Bewegungszustandes ein Mittelpunkt definiert werden, von innen jedoch kann kein Mittelpunkt bestimmt werden, da v nicht bestimmt werden kann.

Anhang 3

Abzubilden sei die Oberfläche einer Kugel, ähnlich der Erdoberfläche, auf die Oberfläche eines Zylinders (betrachtet wird dabei die Abbildung der oberen Halbkugel gegen die untere Zylinderhälfte). Als Messwert in Bezug auf die Koordinaten wird die Temperatur $t(l)$ betrachtet , und es wird angenommen das diese am Äquator am höchsten ist und zu den Polen entlang der Länge l stetig monoton (der Einfachheit halber linear) abnimmt, und es stellt sich heraus, das die Temperatur oberhalb eines Wendekreises der Art niedrig sei, das niemand je dort hin gelangen kann um Messungen durchzuführen, geschweige denn dass jemand je von dort zurückgekommen wäre. Daher entspringt die Idee, dass die Welt tatsächlich dort zu Ende sei. Da es jedoch nicht vorstellbar ist, dass eine Welt an irgendeiner Stelle einfach aufhört, muss sie an dieser Stelle mit der andren Welt, der Zylinderoberfläche, verbunden werden. Dort sei ebenfalls die Temperatur in der Mitte am höchsten und zu den Rändern stetig monoton (z.B. linear) fallend und, wie auf der Kugeloberfläche gibt es auch dort ein Gebiet ab dem es zu kalt wird um Messungen dort vorzunehmen oder von dort zurück kehren zu können (Wendekreis). Dort wo die eine Welt aufhört, fängt die andere Welt an und anders herum. Das bedeutet, die Bereiche in denen es kälter ist als oberhalb des Wendekreises der Kugel (bzw. unterhalb des entsprechenden Wendekreises auf dem Zylinder) sind nicht Bestandteil der beiden Welten und existieren nicht.

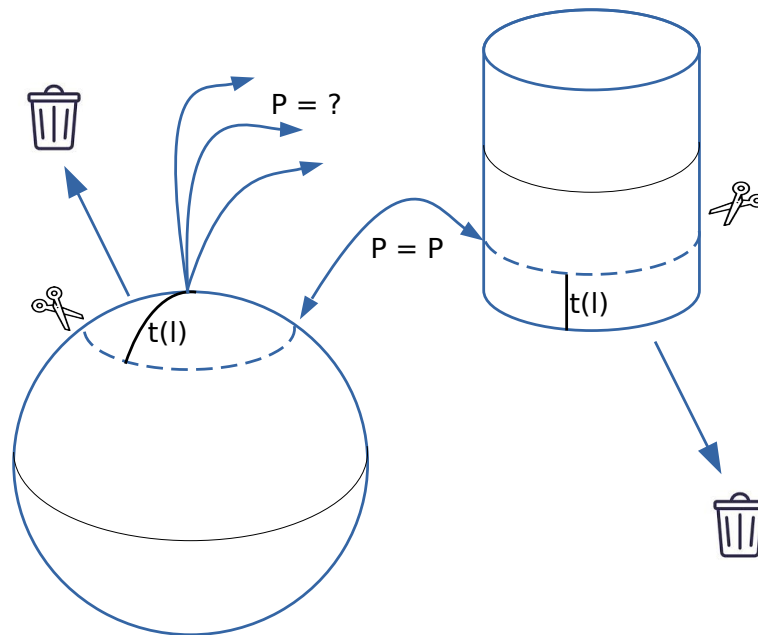


Abbildung 23:

Nun wird deutlich, dass die Zusammenführung beider Welten an einer gemeinsamen Schnittstelle keineswegs die vollständige Abbildung einer gekrümmten auf eine flache Topologie bedeutet. Dennoch kann die Transformation welche über die Schnittstelle von einer in die andere Welt führt als global angesehen werden, da die abgeschnittenen Bereiche nicht existieren und somit alle Bestandteile beider Welten transformiert werden können.

Des Weiteren wird anhand dieses Beispiels klar worin der Unterschied in Bezug auf die Messwerte zwischen einer Transformation durch eine Singularität besteht, welche im Model vorhanden ist, und einer solchen, welche nicht Bestandteil des Models ist: Wäre der Pol ein Teil der oberen Kugelhälfte, musste man ihn passieren um zu einem der Punkte auf dem unteren Zylinderrand zu gelangen. Dabei wäre die Zuordnung beliebig. Zwar ist der Pol der oberen Kugelhälfte nun nicht mehr Bestandteil der Welt, jedoch ist die Entfernung dorthin bekannt, welche per Definition mit der Entfernung vom entsprechenden Wendekreis des Zylinders zu seinem unteren Rand übereinstimmt. Da durch die Zusammenführung der beiden Welten der Eintrittspunkt bereits mit dem Austrittspunkt verbunden wurde (die beliebige Zuordnung also entfällt), kann bei entsprechendem Temperaturverlauf (im einfachsten Fall linear) die Eintrittstemperatur gleich der Austrittstemperatur gesetzt werden.

Anhang 4

Der Grund warum eine Änderung der Koordinatenzeiten sich nicht auf physikalische Prozesse auswirkt wird deutlich, wenn man sich Folgendes vor Augen hält: Angenommen die Erde würde sich plötzlich in die entgegengesetzte Richtung um die eigene Achse drehen, so müsste beispielsweise in Berlin eine Stunde vor der Mittagszeit die Uhr von 11:00 Uhr morgens auf 13:00 Uhr Nachmittags umgestellt werden, ohne das dies den Gang der Zeit für physikalische Prozesse selber beeinflussen würde.